

Brückenkurs Mathematik für Studierende der Chemie

Lösungen zu Übung 4

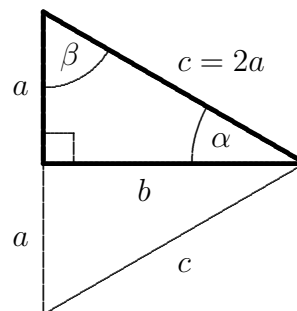
Trigonometrie

1. Durch Halbieren eines gleichseitigen Dreiecks ($\alpha = \beta/2$, s. Abb.) entsteht ein rechtwinkliges Dreieck der gezeigten Gestalt. Aus $a^2 + b^2 = c^2$ (Satz des Pythagoras) und $c = 2a$ folgt:

$$b^2 = c^2 - a^2 = 3a^2 \quad \Rightarrow \quad b = \sqrt{3}a$$

Und aus $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ (Winkelsumme im Dreieck) folgt mit $\alpha = \beta/2$ sowie $\gamma = 90^\circ$, dass $\alpha = 30^\circ$ und $\beta = 60^\circ$ ist. Damit ergeben sich die folgenden Werte für die trigonometrischen Funktionen der Winkel:

φ	$\sin(\varphi)$	$\cos(\varphi)$	$\tan(\varphi)$	$\cot(\varphi)$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$
60°	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$
90°	1	0	—	0



2. Ist $\varphi_R = b/r$ der Winkel in Bogenmass und φ_G derselbe Winkel in Grad, so dient die Beziehung $b/U = \varphi_R/(2\pi) = \varphi_G/360^\circ$ zur Umrechnung ($U = 2\pi r$ Umfang des Kreises mit Radius r , b Länge des Bogens, den die Schenkel des Winkels aus diesem Kreis mit Radius r trennen). Also ist $\varphi_R = 2\pi(\varphi_G/360^\circ)$. Es folgt daraus:

$$90^\circ \hat{=} \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}, \quad 60^\circ \hat{=} \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}, \quad 45^\circ \hat{=} \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}, \quad 180^\circ \hat{=} \frac{2\pi}{2} = \pi, \quad 270^\circ \hat{=} \frac{3}{4} \cdot 2\pi = \frac{3\pi}{2}.$$

3. Zum Wert $\sin(\alpha) = 0,7$ gehört zunächst $\cos^2(\alpha) = 1 - \sin^2(\alpha) = 1 - 0,49 = 0,51$. Daraus folgt dann $\cos(\alpha) = \pm \sqrt{0,51} \approx \pm 0,7141$. (Es ist dann aus dem Kontext der Aufgabe heraus ggf. zu entscheiden, ob der positive oder der negative Wert zu verwenden ist — oder beide.)
4. Wegen des Symmetrieverhaltens der Funktionen genügt die Betrachtung ihres Verhaltens im Intervall $0 \leq x \leq 2\pi$.

