

Brückenkurs Mathematik für Studierende der Chemie

Übung 3

Kegelschnitte

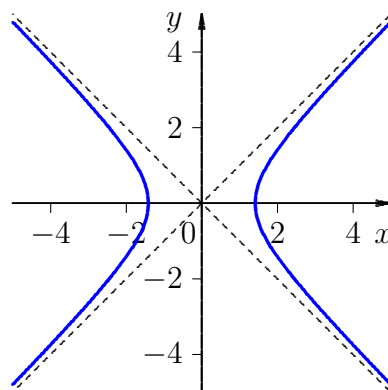
1. Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion

$$f(x) = x^2 - 7x + 10.$$

Entscheiden Sie mit Hilfe Ihrer Kenntnisse über Parabeln und ohne Differentialrechnung, ob diese Funktion ein Minimum oder ein Maximum besitzt. Wo liegt dieser Extremwert, und welchen Funktionswert hat die Parabel dort?

2. Eine Form der Hyperbelgleichung ist

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad (1)$$



Ist $a = b$, so stehen die beiden Asymptoten senkrecht aufeinander (s. auch Abb.), und nach einer Drehung um den Koordinatenursprung mit einem Winkel von 45° fallen diese Asymptoten mit den Koordinatenachsen zusammen.

- (a) Die genannte Drehung, ausgeführt gegen den Uhrzeigersinn, entspricht der Transformation

$$x \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(x + y), \quad y \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(x - y)$$

Setzen Sie diese transformierten Koordinaten in Gleichung (1) ein und vereinfachen Sie die entstehende Gleichung so weit wie möglich.

- (b) Setzen Sie dann $a = b = \sqrt{2}$ und zeichnen Sie die transformierte Hyperbel.
 - (c) Finden Sie die Umkehrfunktion zu der in (b) bestimmten Funktion.
3. (**Einheitenumrechnung**) Ein Lichtjahr ist die Entfernung, die Licht (im Vakuum) in einem Jahr zurücklegt. Die Lichtgeschwindigkeit beträgt etwa 300 000 km/s. Wievielen Kilometern entspricht ein Lichtjahr ungefähr?