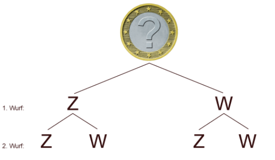
"Dreimal - Mindestens" - Aufgabe

Es gibt einen speziellen Typ von Aufgabe, den erkennt man daran, dass dreimal das Wort „mindestens" vorkommt [oder Synonyme wie "wenigstens"]. Er fragt danach, wie lang eine Bernoulli-kette sein müsste, damit etwas "fast sicher" eintritt.



Beispiel: Münze

Wie oft muss man eine ideal Münze mindestens werfen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90% mindestens einmal „Kopf" zu erzielen?

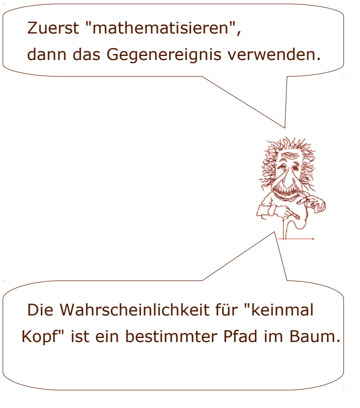
Vorgehen:

Man formuliert die Aufgabenstellung mathematisch:

$P(\text{mindestens einmal „Kopf"}) \geq 0{,}9$

[Mindestens einmal Kopf zu haben ist recht ungeschickt. Es enthält die Fälle: einmal Kopf, zweimal Kopf, dreimal Kopf, … viele Fälle.

Hier empfielt sich das Gegenereignis. Das Gegenereignis von „mindestens einmal" ist „keinmal". Daher schreiben wir P(mindestens einmal „Kopf") um zu 1–P(keinmal „Kopf")].



$1 - P(\text{keinmal „Kopf"}) \geq 0{,}9$

[Keinmal „Kopf" bedeutet: beim ersten Mal kein Kopf, beim zweiten Mal kein „Kopf", … Da wir nicht wissen wie oft geworfen wird (denn das ist gefragt) heißt das: n Mal.]

$1 - 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot \ldots\ldots \geq 0{,}9$

$1 - 0{,}5^n \geq 0{,}9$

$1 - 0{,}9 \geq 0{,}5^n$

$0{,}1 \geq 0{,}5^n \qquad | \ln(\ )$

$\ln(0{,}1) \geq \ln(0{,}5^n)$

[Es gibt eine Logarithmenregel, nach welcher man Exponenten vor den Logarithmus ziehen darf. $\ln(A^x) = x \cdot \ln(A)$]

$\ln(0{,}1) \geq n \cdot \ln(0{,}5) \qquad | : \ln(0{,}5)$

[ln(0,5) ist negativ. Daher dreht sich der Sinn der Ungleichung um.]

$\frac{\ln(0{,}1)}{\ln(0{,}5)} \leq \qquad 3{,}32 \quad \Rightarrow$ Man muss mindestens 4 Mal werfen!

Gruppe 2

<u>3-mal-mindestens – Aufgabe</u>

1) Gehen Sie Aufgabe und Lösung gemeinsam durch. Klären Sie, was mit der Aufgabe berechnet werden kann und besprechen Sie die Schritte.

2) Notieren Sie für Ihre Mitschüler auf der Folie zu jedem wichtigen Rechenschritt ein erklärendes Stichwort (die Aufgabe ist abiturrelevant) und in der Tabelle Ihre Rechenansätze.

3) Formulieren Sie für ähnliche Aufgabenstellungen je einen Rechenansatz. Erläutern Sie (nur mündlich), warum statt „mindestens“ auch „wenigstens“ verwendet werden kann oder das erste „mindestens“ auch ganz fehlen darf (warum darf es an den anderen beiden Stellen nicht fehlen?)