Freie Universität Berlin
Institut für Mathematik
WiSe24/25
Stand: 26. Januar 2025

A. Constantinescu
O. Parczyk
V. Hiebeler
D. Schlaugies

Mathematik Entdecken 1 – Hausaufgabe 13

Abgabe via Whiteboard als `Nachname_ME1_h13.pdf` bis **20:00 am Freitag**, den 31. Januar 2025.

Die Antworten sind stets zu begründen, inklusive der Beispiele.

Aufgabe 1. **2 points**

Sei $(\mathcal{X}, \mathcal{G})$ eine Inzidenzgeometrie mit $|\mathcal{X}| \geq 3$. Beweisen Sie, dass es für jeden Punkt eine Gerade gibt, die nicht durch diesen Punkt geht und, dass durch jeden Punkt mindestens zwei Geraden gehen.

Aufgabe 2. **2 points**

Sei $(\mathcal{X}, \mathcal{G})$ eine Inzidenzgeometrie mit $|\mathcal{X}| = 13$ in der jede Gerade genau 3 Punkte hat. Zeigen Sie $|\mathcal{G}| = 13$.

Total: 4 Punkte

Zusatzaufgaben auf der Rückseite

Zusatzaufgaben

Diese Aufgaben werden weder bewertet noch müssen sie abgegeben werden.
Sie werden in den Tutorien besprochen und sind für die Klausurvorbereitung sehr zu empfehlen.

Zusatzaufgabe 3.

Wie viele unterschiedliche Inzidenzgeometrien $(\mathcal{X}, \mathcal{G})$ gibt es, wenn $\mathcal{X} = \{A, B, C, D, E\}$ und $|\mathcal{G}| = 6$?

Zusatzaufgabe 4.

Sei $(\mathcal{X}, \mathcal{G})$ eine Inzidenzgeometrie. Zeigen Sie

$$\mathcal{X} = \bigcup_{g \in \mathcal{G}} g\,.$$

Zusatzaufgabe 5.

Sei $(\mathcal{X}, \mathcal{G})$ eine Inzidenzgeometrie mit $|\mathcal{X}| = n$ für eine natürliche Zahl n in der keine 3 Punkte kollinear sind. Zeigen Sie, dass $|\mathcal{G}| = \frac{n(n-1)}{2}$.

Zusatzaufgabe 6.

Eine Proposition aus den Elementen von Euklid lautet: Wenn zwei Punkte A und B auf einem Kreis K gegenüberliegen, ist für jeden Punkt C auf K der Winkel im Dreieck ABC an C ein rechter.

Beweisen Sie die Aussage, wobei Sie verwenden dürfen, dass die Innenwinkelsumme in jedem Dreieck $180°$ beträgt und in einem gleichschenkligen Dreieck die Winkel an der Basis gleich sind.

Zusatzaufgabe 7.

Eine Proposition aus den Elementen von Euklid lautet: Eine Tangente von einem Punkt außerhalb des Kreises konstruieren.

(a) Sei ein Kreis K mit Mittelpunkt M und ein Punkt P außerhalb des Kreises gegeben. Geben Sie eine Konstruktion mit Zirkel und Lineal für die beiden Tangenten durch P and K an.

(b) Argumentieren Sie, wieso Ihrer Konstruktion aus (a) wirklich die Tangenten liefert.