
Mathematik Entdecken 1 – Hausaufgabe 11

Abgabe via Whiteboard als `Nachname_ME1_h11.pdf` bis **20:00 am Freitag**, den 17. Januar 2025.

Die Antworten sind stets zu begründen, inklusiv Beispiele.

Aufgabe 1.

2 points

Beweisen Sie mit Hilfe einer geeigneten Partition und der Summenregel, dass für $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$\sum_{i=0}^n \binom{i}{k} = \binom{n+1}{k+1}.$$

Aufgabe 2.

2 points

Gibt es unter den Zahlen $1, 2, \dots, 10^5$ mehr Zahlen, die in der Dezimalschreibweise die Ziffer 9 enthalten, oder gibt es mehr, die keine 9 enthalten.

Total: 4 Punkte

Zusatzaufgaben

Diese Aufgaben werden weder bewertet noch müssen sie abgegeben werden.
Sie werden in den Tutorien besprochen und sind für die Klausurvorbereitung sehr empfohlen.

Zusatzaufgabe 3.

Ein Unternehmen möchte einzigartige Produktnummern generieren. Jede Produktnummer besteht aus drei Teilen:

1. einem Präfix aus 2 Buchstaben (a–z),
2. einer Ziffernfolge aus 4 Ziffern (0–9),
3. einem Suffix aus 3 Sonderzeichen aus der Menge $\{!, @, \#, \$, \%\}$.

Beantworten Sie die folgenden Fragen in dem Sie zuerst eine Menge formulieren, die das gewünschte zählt.

- (a) Wie viele verschiedene Produktnummern gibt es, wenn keine Einschränkungen gelten?
- (b) Wie viele Produktnummern gibt es, wenn keine Wiederholung von Buchstaben, Ziffern oder Sonderzeichen erlaubt ist?
- (c) Wie viele Produktnummern gibt es, wenn mindestens eine Ziffer wiederholt wird?

Zusatzaufgabe 4.

Eine Konferenz hat 10 Teilnehmer. Beantworten Sie die folgenden Fragen in dem Sie zuerst eine Menge formulieren, die das gewünschte zählt.

- (a) Wie viele verschiedene Sitzordnungen gibt es, wenn alle Teilnehmer in einer Reihe sitzen?
- (b) Wie viele Sitzordnungen gibt es, wenn 3 bestimmte Personen immer nebeneinander sitzen müssen (als eine “Gruppe” betrachtet)?
- (c) Wie viele Sitzordnungen gibt es, wenn 2 bestimmte Personen nie nebeneinander sitzen dürfen?

Zusatzaufgabe 5.

Beweisen Sie mit Hilfe einer geeigneten Partition und der Summenregel, dass für $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$\sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{n}{i} = 0.$$

Zusatzaufgabe 6.

Bestimmen Sie die Anzahl der geordneten Paare (A, B) mit $A \subseteq B \subseteq [n]$.

Zusatzaufgabe 7.

Wie lautet der Koeffizient vor x^2y^3 in der Expansion von $(2x + 3y)^5$.