

---

## Lineare Algebra 2 – Hausaufgabe 14 – Bonusblatt

Wird nur dann korrigiert, wenn die Punktzahl aus den ersten 13 Blättern **zwischen 24 und 29** liegt.  
Abgabe via Whiteboard als Name\_LA2\_H14.pdf bis **18:00 am Mittwoch**, den 9. Oktober 2024.

Die Antworten sind stets zu begründen, inklusiv Beispiele.

---

### Aufgabe 1.

2 Punkte

Sei  $A \in \text{Mat}_4(\mathbb{R})$  eine trigonalisierbare Matrix mit den Eigenschaften, dass alle Eigenwerte von  $A$  in  $\mathbb{N}$  liegen und dass  $\det A = 2021$ . Man bestimme die möglichen Minimalpolynome von  $A$ .

### Aufgabe 2.

2 Punkte

Man berechne  $\exp(A)$  für

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \in \text{Mat}_3(\mathbb{C}).$$

### Aufgabe 3.

2 Punkte

1. Man gebe jeweils ein Beispiel einer nicht ausgearteten alternierenden und einer symmetrischen Bilinearform  $\varphi : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$  sowie eines Unterraums  $U \subseteq V$ , sodass  $\varphi|_U : U \times U \rightarrow \mathbb{R}$  ausgeartet ist. (Der  $\mathbb{R}$ -Vektorraum  $V$  muss auch angegeben werden.)
2. Seien  $V$  ein  $\mathbb{R}$ -Vektorraum und  $\varphi : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$  eine positiv definite symmetrische Bilinearform. Man zeige, dass  $\varphi|_U : U \times U \rightarrow \mathbb{K}$  für keinen Unterraum  $U \subseteq V$  ausgeartet sein kann.

**Total: 6 Punkte**