Das ‚Auge des Denkens'
Visuelle Epistemologie am Beispiel der Diagrammatik

Sybille Krämer **(sybkram@zedat.fu-berlin.de)**

Fünfte Vorlesung: Descartes: Die Erkenntniskraft des Graphischen.

Methodische Implikationen der Cartesischen Koordinatengeometrie

l **VL 16040** l **WS 2009/10** l **Mittwoch 14.00 - 16.00 Uhr**

1. Zur mathematischen Bedeutung von Descartes' Analytischer Geometrie (Koordinatengeometrie)

Seit der Entdeckung der Inkommensurabilität in der Antike, galten Geometrie (das Messbare) und Arithmetik (das Zählbare) als wohl zu unterscheidende Domänen mathematischer Gegenstände. Auf Descartes nun geht eine grundlegende Innovation zurück, die zur Geburtsstunde der ‚Analytischen Geometrie' wird. (Fig. 1 und 2) Mithilfe des Koordinatensystems kann er Punkte als Zahlenpaare angeben und so geometrische Figuren durch algebraische Gleichungen darstellen. Er nutzt diese Übersetzbarkeit der Figur in die Formel (und umgekehrt) sowohl zum Lösen von geometrischen Konstruktionsaufgaben, wie auch als Existenzbeweis. Descartes' Lá Góomètrie' erschien 1637 als einer von drei Anhängen an seinen ‚Discours de la Méthode…'. Er wollte mit diesen Anhängen die einzelwissenschaftliche Fruchtbarkeit seiner universellen Methode aufweisen.

2. Das Koordinatensystem als ‚Urszene' für das Diagrammatische

Aus der Interaktion von Linie und Fläche wird der ‚Eigenraum' des Koordinatensystems erzeugt. Das Achsenkreuz gerichteter Linien gibt der Oberfläche eine Ausrichtung bzw. Orientierung (‚orientieren': ‚einosten') und Einteilung: dadurch erhalten eingetragene Punkte einen wohlbestimmten Ort. Eine Metamorphose vollzieht sich: eine *reale*, empirische Fläche fungiert zugleich als eine *ideale*, nicht wahrnehmbare mathematische Ebene. Alles, was darauf verzeichnet wird, hat nun ein ‚Doppelleben', denn es ist zugleich real *und* ideal, tatsächlich sichtbar *und* bloß denkbar (vgl. faktischer Punkt mit Ausdehnung und mathematischer Punkt ohne Ausdehnung). Analog dazu Platons diánoia, der wissenschaftliche Verstand, welcher Abbildungen als Verkörperungen rein noetischer Gegenstände einsetzt, so dass diese Abbildungen an beidem teilhaben, dem Sinnlichen wie dem Geistigen und deshalb (nach Aristoteles) als ‚intermediär' anzusehen sind. Eben diese Doppelnatur, nämlich empirische Einschreibfläche und nicht-empirische mathematische Ebene zu sein, ist ein Kunstgriff, der paradigmatisch wird für die mediale Funktionsweise des Diagrammatischen als eine Gelenkstelle zwischen Anschauung und Denken. Die Metamorphose von Realfläche in Idealebene ist der Schlüssel: Eben deshalb können Hand, Auge und Geist zusammenarbeiten und zum Leben erwecken, was wir ‚das Auge des Geistes' nennen.

3. Die Transformation der Geometrie in eine Sprache und die Kunstsprache der Cartesischen mathesis universalis

Die Mathematik kann deshalb den neuzeitlichen Aufschwung quantifizierender Wissenschaften bewirken, weil ‚Zahlen', ‚Figuren', ‚Größen' nicht länger Eigenschaften der Dinge selbst bleiben, vielmehr den Charakter einer ‚Sprache' annehmen, in deren Termini alles ausdrückbar sein muss, was überhaupt Gegenstand von Wissenschaft werden kann. Die Mathematik bleibt nicht länger eine Domäne zeitloser Gegenstände, sondern avanciert zu einer Art universaler und operativer ‚Augensprache'. Vor diesem Horizont ist es folgenreich, dass das Cartesische Koordinatendiagramm auch als eine *Übersetzungsmaschine* von Figuren in Formeln (und umgekehrt) angesehen werden kann. Wie aber macht Descartes aus der Geometrie eine Sprache in Form eines Linienkalküls? Dadurch dass er das antike ‚Homogenitätsprinzip' (Fig. 3) aufgibt, indem er die dreidimensionale Geometrie der Körper auf die zweidimensionale Geometrie von Strecken reduziert. Ähnlich der Formalsprache der Algebra sind die Linien des Figurenkalküls somit deutungsfreie Grundzeichen.
Dem korrespondiert sein Entwurf einer ‚mathesis universalis' in seiner Frühschrift ‚Regulae ad directionem ingenii', deren Besonderheit es ist, eine zu den Augen sprechende Figurensprache, einen zweidimensionalen Graphismus extensionaler Figuren zu entwickeln, in deren Medium alles muss ausdrückbar sein, was quantifizierbar und also erkennbar ist. Durch den *operativen Gebrauch* dieser künstlichen Symbolsprache werden deren ‚Gegenstände' allererst konstituiert. So ‚entdeckt' Descartes überhaupt erst die ‚*magnitudo in genere*', die allgemeine Größe, die zugleich eine Grundlagenkategorie wird für den neuzeitlichen Aufschwung der Wissenschaften. Die ‚*allgemeine Größe*' ist ein abstrakter Gegenstand, dessen Genese und auch Realität allein in den visuellen Operationen der Übersetzbarkeit von ‚magnitudo' (Geometrie) in ‚multitudo' (Arithmetik) liegt.

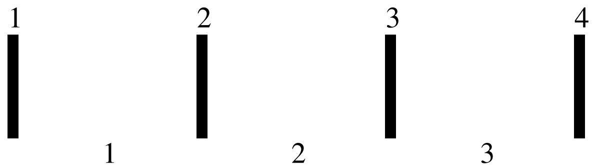
4. Der Zeichenstift der Wahrnehmung oder: warum ‚figura' und ‚extensio' für Descartes den Code der Wahrnehmungswelt bilden

‚Figura' und ‚extensio', Gestalt und Ausdehnung, sind für den späteren (metaphysischen) Descartes die entscheidenden Attribute der Körperwelt. Doch beim frühen (primär erkenntnistheoretischen) Descartes der ‚Regulae', sind diese noch die Attribute seines universellen Symbolsystems, das als eine Einheitssprache der Wissenschaften zu fungieren hat. Und diese Bevorzugung von Gestalt und Ausdehnung untermauert er mit einem wahrnehmungstheoretischen Argument: Alle qualitativen Unterschiede in den mannigfaltigen Sinneseindrücken werden von unserem Sinnesapparat in Form von Differenzen zweidimensionaler graphischen Konfigurationen aufgezeichnet (Fig. 4): die zweidimensionale graphische Figuration wird zum mentalen Aufbauprinzip der Wahrnehmungswelt. Unser Wahrnehmungsapparat arbeitet wie mit einem Zeichenstift!

<u>Literatur von S.K. zum Thema</u>

- Über das Verhältnis von Algebra und Geometrie in Descartes' „Géomètrie", in: Philosophia Naturalis, Bd. 26, 1/1989, 19-40
- Berechenbare Vernunft. Kalkül und Rationalismus im 17. Jahrhundert, Berlin, New York: de Gruyter 1991, 159-219
- Schrift und Episteme am Beispiel Descartes', in: P. Koch, S. Krämer (Hrsg.), Schrift, Medien, Kognition. Über die Exteriorität des Geistes (Probleme der Semiotik, Bd. 19, hg. von Roland Posner), Tübingen: Stauffenburg 1997, 105-126

Fig. 1 **Wie werden Messbares und Zählbares homogen gemacht? Durch die ‚0'!**

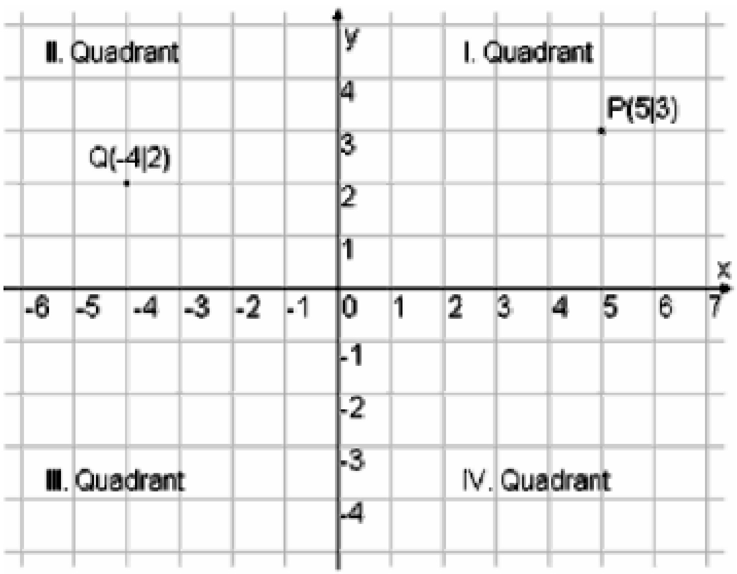


Trete vom ersten bis zum letzten Stab! Wie viele Schritte? **Drei!**

Wie kann die Anzahl der Stäbe und der Schritte homogenisiert werden?

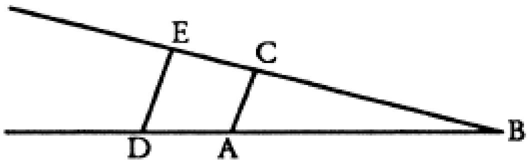
Der erste Stab ist 0.
0 ist der Standpunkt des ausschreitenden (also messenden und zählenden) Subjektes

Fig. 2 **Cartesisches KoordinatenSystem**



http://de.wikipedia.org/wiki/Kartesisches_Koordinatensystem

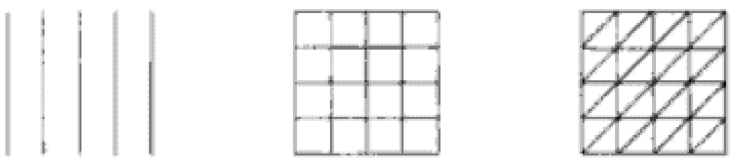
Fig. 3 **<u>Descartes’ geometrische Konstruktion der Multiplikation</u>**



„Es sei z.B. AB die Einheit und es sei BD mit BC zu multiplizieren, so habe ich nur die Punkte A und C zu verbinden, dann DE parallel mit CA zu ziehen und BE ist das Produkt dieser Multiplikation“.

Descartes, Geometrie (La Géomètrie), hg. v. L. Schlesinger, Darmstadt: Wiss. Buchgesellschaft 1981, 2

Fig. 4 **<u>Descartes’ graphische Konfigurierung der Unterschiede in Farbwahrnehmungen (Regulae, Regel XII)</u>**



Descartes, Regeln zur Ausrichtung der Erkenntniskraft (*Regulae ad directionem ingenii) hg. v. Lüder Gäbe,* Hamburg : Meiner 1979, Regel XII, S. 41,