aus: H.-J. Rheinberger, M. Hagner, B. Wahring-Schmidt (Hrsg.),
Räume des Wissens: Repräsentation, Codierung, Spur,
Berlin: Akademie Verlag 1997

Sybille Krämer

Kalküle als Repräsentation

Zur Genese des operativen Symbolismus in der Neuzeit

I. „Ontologischer" und „operativer Symbolismus"

Meine Überlegungen beziehen sich auf einen Umbruch im wissenschaftlichen Symbolgebrauch in der Neuzeit. Es geht um den Übergang von einem „ontologischen" zu einem „operativen Symbolismus". Unter „ontologischem Symbolismus" sei die Auffassung verstanden, daß das Gegebensein symbolisch repräsentierter Gegenstände unabhängig sei vom Akt der Symbolisierung, so daß also die Gegenstände „ihren" Symbolen vorausgehen, und die Symbole einen bloß sekundären Status innehaben. Der Begriff „operativer Symbolismus" akzentuiert dagegen die Überzeugung, daß die sinnlich wahrnehmbaren Symbole gegenüber dem, was sie repräsentieren, primär sind, daß also die symbolisierten Gegenstände erst durch den Akt symbolischer Bezugnahme hervorgebracht werden. Der Übergang vom ontologischen zum operativen Symbolismus kann so pointiert werden: Nicht mehr verleihen die Dinge den Zeichen ihre Bedeutung, vielmehr konstituieren die Zeichen die Dinge überhaupt erst als epistemische Gegenstände.[1]

Nun gibt es Gründe dafür, daß sich im epistemologischen Raum der frühen Neuzeit – verglichen mit den epistemischen Grundlagen des klassischen griechischen Denkens – dieses neue Verhältnis von Symbol und Gegenstand ausbildete. Einer dieser Gründe – und das wäre hier die Hypothese – liegt in einer medialen Innovation, in der Entstehung und dem Gebrauch eines spezifischen Typus von Schrift. Es geht um die kalkülisierte Schrift, die hier – im Unterschied zur phonetischen Schrift – „operative Schrift" genannt sei. Operative Schriften sind graphische Symbolsysteme mit einer doppelten Funktion: Sie sind ein Medium zur isomorphen Repräsentation eines gewissen Bereiches von Gegenständen und zugleich ein Werkzeug zum (symbolischen) Operieren mit diesen Gegenständen.

II. Die Mathematik als Pionierin des operativen Symbolgebrauches

Klären wir in einem ersten Schritt, was es heißt, daß in der frühen Neuzeit eine besondere Art symbolischer Systeme zu intellektuellem Einsatz kommt. An vier Ereignissen möchte ich diese intellektuelle Strategie demonstrieren. Es sind allesamt mathematische Entdeckungen; ein Dokument dafür, daß die Mathematik Pionierin dieser neuartigen Strategie der Symbolisierung ist. Es geht um das Rechnen im dezimalen Positionssystem, welches im 15. Jahrhundert sich endgültig durchsetzte; um die Erfindung der Buchstabenalgebra im 16. Jahrhundert; um Descartes' „analytische Geometrie" und schließlich um Leibnizens Infinitesimalkalkül.

1. Schriftliches Rechnen im dezimalen Positionssystem

Bevor das von den Indern erfundene dezimale Positionssystem sich im Europa des 15. Jahrhunderts allgemein durchgesetzt hatte, wurden Zahlen mit römischen Ziffern dargestellt; gerechnet werden mußte jedoch mit dem Rechenbrett, denn die römischen Ziffern sind als Rechenmedium ungeeignet.

Das dezimale Positionssystem ermöglicht also erst einmal, daß Zahlendarstellung und Zahlenrechnen in ein und demselben Medium realisierbar sind. Damit bleibt das Rechnen nicht länger ein gegenständliches Hantieren mit abzählbaren Mengen, sondern wird zur Manipulation schriftlicher Zeichen. Die Regeln dieser Zeichenoperationen sind Algorithmen, also so elementar, daß sie von jedem nahezu maschinenhaft praktiziert werden können, der die Zahlensprache der elementaren Arithmetik und die auf ihr beruhenden Rechenregeln sich anzueignen bereit ist. Mit der Verschriftlichung des Rechnens durch das dezimale Positionssystem avanciert eine formale Sprache zu einer Kulturtechnik.[2]

In der Folge dieser Symboltechnik entsteht ein neuer Zahlbegriff:[3] Zahl bleibt nicht länger – wie noch im griechischen arithmos-Begriff – Anzahl, sondern wird zu etwas, das als Referenzgegenstand eines arithmetischen Symbols, mit dem regelgeleitet verfahren werden kann, interpretierbar ist. Die Medien des Rechnens konturieren also nicht nur die Rechenverfahren, sondern strukturieren und generieren zugleich die Objekte, mit denen gerechnet wird. Eine neue Art kognitiver Gegenstände ist entstanden. Es sind ideelle Gegenstände, die nur nach Maßgabe des operativen symbolischen Verfahrens existieren,

2 Krämer 1988, 54–71.

3 Klein 1936, H. 2.

durch das sie eingeführt werden. „Gegenwärtig" sind sie nur in Gestalt ihrer symbolischen Vergegenwärtigung; ihre Präsentation ist möglich nur in Form der symbolischen Repräsentation.

An der Null tritt dies drastisch zutage: Ziffernsysteme, die auf der Anzahlenbildung beruhen, wie etwa das römische Ziffernsystem, brauchen keine „Null": Und fünf Rechensteine weniger fünf Rechensteine ergibt nicht null, sondern keine Rechensteine. An der Null auch zeigt sich, daß das Operieren im symbolischen System und das Interpretieren sich voneinander zu lösen beginnen: Jahrhundertelang wurde mit der Null gerechnet,[4] ehe mit George Booles „leerer Menge" die mathematische „Natur" dieses Gegenstandes überhaupt geklärt werden konnte.[5]

2. Buchstabenalgebra

Im 15. Jahrhundert erfindet François Vieta die Buchstabenalgebra.[6] Mit der symbolischen Algebra werden die Regeln für das Auflösen von Gleichungen – zuvor praktiziert als ein implizites Wissen, ein ingeniöses *knowing how* – schriftlich explizierbar und damit lehr- und lernbar. Die Folge ist, daß die Algebra, die zuvor den Status einer „ars magna et occulta" innehatte, somit als eine Art von Geheimwissen galt, nun in den Kanon der Wissenschaften aufgenommen wird.

Dieser Wandel in den mathematischen Wissensformen ist möglich durch eine darstellungstechnische Innovation: Die Schriftzeichen der Algebra stehen nicht länger für wohlbestimmte Gegenstände, sondern für „unbestimmte Gegenstände"; sie sind Variablenzeichen, die alle möglichen Gegenstände vertreten, welche so in die Formel einsetzbar sind, daß ein wahrer Satz entsteht. Von Aristoteles' logischen Variablen unterscheidet sich Vietas Notation dadurch, daß aus der aristotelischen Ersetzung der Variablenzeichen ein Satz der Umgangssprache entsteht, bei Vieta aber sich ein formalsprachlicher Satz, z. B. der Arithmetik, ergibt. Die Formeln der Buchstabenalgebra können sich ihrerseits nur wieder auf formale Zeichen beziehen.

4 Bis zum Beginn der Neuzeit galt die Null nur als Lückenzeichen im Positionssystem (Tropfke 1980: I, 141). Erst die Mathematiker Stevin (1548–1620) und Wallis (1616–1703) stellen die theoretische Frage, ob die Null eine Zahl sei.

5 Indem der Logiker und Algebraiker George Boole (1815–1864) die leere Menge ausdrücklich zu den Mengen rechnet (Boole 1854, 28), wird die Null als Zahl im Sinne einer Kardinalzahl, die aus Anzahlen von Elementen von Mengen besteht, anerkannt. Hans-Jörg Rheinberger gibt allerdings zu bedenken, daß Booles „leere Menge" weniger für eine Klärung, vielmehr für eine Verwirrung gesorgt habe.

6 Vieta 1646.

3. *Analytische Geometrie*

Mit seiner „analytischen Geometrie" entdeckt Descartes, daß durch die Abbildung von Punkten auf Zahlenpaare geometrische Figuren in die Formelsprache der Algebra übersetzbar sind.[7] Damit werden nicht alleine die seit der Entdeckung des Irrationalen in der griechischen Mathematik sich unanbhängig voneinander entwickelnden Stränge geometrischen und arithmetischen Denkens wieder aufeinander beziehbar. Und es wird auch nicht bloß das geometrische Problemelösen vereinfacht durch seine Rückführung auf ein algebraisches Rechnen. Vielmehr wird schriftliche Repräsentierbarkeit zu einem mathematischen Existenzkriterium:[8] Descartes ordnet in seiner „Geometrie" Typen geometrischer Kurven und ihnen entsprechende Klassen geometrischer Konstruktionsmittel Typen algebraischer Gleichungen zu. Kurven, für welche eine algebraische Transkription nicht auffindbar ist, werden als „mechanische Kurven" aus der Geometrie ausgeschlossen, und damit aus der wissenschaftlichen Mathematik verbannt.

Mit der Erfindung der analytischen Geometrie wird algebraische Berechenbarkeit zum Garanten geometrischer Konstruierbarkeit. Die Repräsentierbarkeit einer Figur durch die Formel, die Substituierbarkeit eines Bildes durch eine Schrift, wird zu einem Kriterium geometrischer Existenz.

4. *Infinitesimalkalkül*

Die technische Grundidee von Leibnizens Infinitesimalkalkül[9] besteht darin, die algorithmische Prozedur formaler Symbolmanipulation, die mit dem dezimalen Positionssystem für die elementare Arithmetik kanonisch wurde, auf die höhere Analysis, auf das Rechnen mit unendlich kleinen und großen Größen, zu übertragen. Nichts ist ontologisch, nichts ist philosophisch ungewisser als die Frage, was das Unendliche sei, ob es z. B. als aktuell oder als potentiell Unendliches zu begreifen ist. Leibnizens Kunstgriff besteht nun darin, ein symbolisches Verfahren zu ersinnen, dessen Effektivität von den metaphysischen Fragen nach der „Natur" des Unendlichen gerade nicht mehr berührt wird. Die Korrektheit seines Differential- und Integralkalküles ist unabhängig von der Frage, wie die kalkülisierten Ausdrücke jeweils zu deuten sind. Daß die Kontrolle über die Richtigkeit der mathematischen Operationen unabhän-

7 Descartes 1981.
8 Krämer 1989.
9 Leibniz 1846.

gig sei von der inhaltlichen Deutung der infinitesimalen Größen, ist Sinn und Gehalt von Leibnizens Betonung, daß die Gegenstände der Mathematik von metaphysischen Kontroversen nicht abhängig zu machen seien. Demgegenüber gingen sowohl die frühen Praktiker des Differentialkalküls, die Gebrüder Bernoulli und der Marquis L'Hospital, wie auch dessen Kritiker, der Niederländer Bernard Nieuwentijt und Bischof George Berkeley, von einer denotativen Interpretation des Infinitesimalsymbolismus aus. Akzeptanz oder Verwerfung der Infinitesimalrechnung werden bei ihnen davon abhängig gemacht, ob die Deutung, daß die Differentiale tatsächlich für unendlich kleine Größen stünden, plausibel gemacht oder eben destruiert werden könne.[10]

Doch nicht nur die operative Effizienz, auch Leibnizens Überlegungen zur Rechtfertigung der Infinitesimalmathematik fußen auf der Idee des Kalküls:[11] Leibniz gründet diese Überlegungen auf das Prinzip der Kontinuität, d. h. aber auf die Möglichkeit, eine Transformationsregel auf eine gewisse Ausgangskonfiguration von Zeichen unbegrenzt oft wiederanwenden zu können. Der Ort für ein solches Verfahren aber ist der Kalkül.

III. Die Entkoppelung von Verfügen und Verstehen

Gibt es an diesem Panorama disparater mathematischer Innovationen so etwas wie einen verbindenden Stil; kristallisiert sich ein gemeinsamer Grundzug aus?

Zuerst einmal: Alle diese Fortschritte mathematischen Denkens haben zu tun mit der Erfindung und Konstruktion neuer Schriften. Und so verschieden die Symbolsysteme des dezimalen Positionssystems, der Buchstabenalgebra und der Differentialanalysis auch jeweils sind: Sie stimmen darin überein, einen Schrifttypus zu verkörpern, der von der phonetischen Schrift wohlzuunterscheiden ist und der hier „operative Schrift" genannt wurde. Operative Schriften gehen nicht hervor aus der Verschriftlichung der Lautsprache, sondern sind graphische Systeme *sui generis*, welche dann allenfalls versprachlicht werden können. Das Besondere dieser Schrift ist, daß sie nicht auf Sprachlaute referiert, sondern auf kognitive Gegenstände: ein Tatbestand, der in Freges Begriffsschrift[12] sich unverhüllt darbieten wird. Denn diese Schrift können wir nur noch anschauen, nicht aber mehr aussprechen.

Operative Schriften erfüllen eine doppelte Aufgabe: Sie dienen als ein Medium und zugleich als ein Werkzeug geistiger Arbeit. Metaphorisch gesprochen:

10 Krämer 1991b, 121–125.
11 Krämer 1991b.
12 Frege 1879.

Mit ihnen werden Sprachen als eine Technik eingesetzt. Es ist also diese Doppelfunktion, zu repräsentieren und zugleich mit dem, was repräsentiert wird, auch zu operieren, worin die intellektuelle Wirkungskraft der Kalküle wurzelt. Was sie zu einer „symbolischen Maschine“,[13] zu einem mechanischen „Intelligenzverstärker“ macht, ist, daß die Regeln der symbolischen Operation keinen Bezug nehmen auf das, was die Symbole jeweils bedeuten. Obwohl der intellektuelle Nutzen des Kalküls sich erst da eröffnet, wo der Kalkül gedeutet, also eine Isomorphie entdeckt wird zwischen der Region der Zeichen und einer Domäne kognitiver Gegenstände, ist der Akt kalkülisierter Manipulation durchaus bedeutungsindifferent ausführbar. Wo immer ein Erkenntnisprozeß vollständig kalkülisierbar ist, kann eine Denkhandlung zur *quasi* handwerklichen Symbolmanipulation regredieren: Das Wissen, wie wir eine kalkulatorische Symboloperation durchführen, trennt sich vom Wissen, womit wir dabei eigentlich umgehen. Das „Wie“ wird von dem „Was“ und dem „Warum“ epistemisch dissoziiert. In diesem intellektuell „verfügen zu können, ohne auch verstehen zu müssen“, ist eine Grundform des Mechanischen verkörpert; es ist die Grundfigur eines technisch mediatisierten Tuns. Mit dem Kalkül findet sie Eingang in unser geistiges Tun.

IV. Mathematik und Philosophie: Die Ersetzung von Wahrheit durch Richtigkeit

Daß die rationalistische Philosophie geprägt sei vom Vorbild der Mathematik, ist ein Gemeinplatz; ein Gemeinplatz ist es auch, daß das, worin die Mathematik zum Leitbild avancierte, ihre Idee eines axiomatisch-deduktiven Theorienaufbaues gewesen sei. Aber ist das mathematische *Theorienideal* tatsächlich der Angelpunkt, über den sich eine Beeinflussung von Mathematik und rationalistischer Philosophie im 17. Jahrhundert vollzieht? Die Idee, das axiomatisch-deduktive Argumentationsgerüst exemplarisch werden zu lassen für jedweden Aufbau einer wissenschaftlichen Theorie, ist gerade keine spezifisch neuzeitliche Idee, sondern wird schon in Aristoteles' Zweiter Analytik entfaltet. Und alle hier kursorisch rezipierten mathematischen und rechnerischen Innovationen betreffen nicht den Aufbau einer mathematischen Theorie, sondern stellen Neuerungen der mathematischen *Problemlösungstechnik* dar. Die Vermutung drängt sich auf, daß die Mathematik der rationalistischen Erkenntnistheorie vorbildlich geworden ist gerade als eine Strategie des operativen Symbolgebrauches.

13 Krämer 1988.

Für den aufklärerischen Impuls, Wahrheitserkenntnis zu profanisieren jenseits von Offenbarungswahrheit und genialischer Inspiration, entfaltet die Idee, Erkenntnisprozesse zu algorithmisieren, ihnen somit eine Sicherheit zu verleihen, wie sie sonst nur den Garantieprodukten handwerklichen Tuns eigen ist, eine suggestive Attraktivität. *Wahrheit – zurückführbar auf Richtigkeit:* Diese Leitidee der Methodisierung neuzeitlicher Wissenschaft findet in der schriftlichen Operationalisierung des wissenschaftlichen Symbolgebrauches ihr „buchstäbliches“ Fundament. Diese Hypothese an Leibnizens Theorie des Erkennens zu überprüfen, ist das Ziel des letzten Schrittes in meinen Überlegungen.

V. Leibnizens „blinde oder symbolische Erkenntnis“: Die Operationalisierung des Erkennens und ihr Preis

Leibniz unterscheidet zwischen einer intuitiven und einer symbolischen Form des Erkennens – mit der Pointe allerdings, daß die den Menschen einzig angemessene Form des Erkennens die symbolische Erkenntnis ist.[14] Nur Gottes Auge bieten die Gegenstände sich in der Fülle ihrer Merkmale unmittelbar dar. Der Mensch – mit seinem bloß endlichen Erkenntnisvermögen – ist angewiesen auf die Vergegenwärtigung je einzelner Merkmale von Gegenständen. Das aber geschieht in Gestalt symbolischer Repräsentationen. Für Leibniz konvergieren also Erkennbarkeit und Repräsentierbarkeit. Klären wir auf, wie das zu verstehen ist.

Anders als für John Locke[15] haben für Leibniz die Zeichen nicht bloß mnemotechnische und kommunikative Aufgaben; vielmehr können wir gar nicht anders denken denn im Medium der Zeichen.[16] Dies ist nicht psychologisch mißzuverstehen: Nicht um mentale Repräsentationen ist es Leibniz zu tun; vielmehr geht es um das externalisierte Umgehen mit handgreiflichen Symbolen. Dafür aber ist der mathematische Zeichengebrauch paradigmatisch, wird

14 Leibniz 1966.

15 Locke 1963, 162.

16 Hobbes stellt in „De Corpore“ fest, daß die Zeichen der Erinnerung und der Verständigung dienen. Locke gelangt in seinem „Essay“ zu der Auffassung, daß die Sprache zur Mitteilung von Gedanken unabdingbar sei. Doch ob die Zeichen nun eine mnemotechnische oder eine kommunikative Funktion zu erfüllen haben: Das Denken selbst wird von Hobbes und Locke als ein intrinsischer, zeichenunabhängiger, mentaler Vorgang konzipiert, dessen Resultate erst der Vermittlung durch Zeichen bedürfen. Leibniz setzt die Rolle der Zeichen radikaler an: Wenn er feststellt, daß „ratiocinatio omnis in usu characterum constitit“, so ist damit behauptet, daß sich das Denken überhaupt nicht anders denn im Medium der Zeichen realisieren kann. Dazu: Krämer 1992, 225f.

in der Arithmetik und Algebra doch das Umgehen mit den Gegenständen zurückgeführt auf ein Umgehen mit den Zeichen für die Gegenstände.[17]

Die Exteriorisierung geistiger Leistungen stößt im flüchtigen Medium der Lautsprache auf Grenzen. Denn die Zeichen müssen nicht nur über einen sinnlich wahrnehmbaren, sondern zugleich auch über einen fixierbaren, handgreiflich manipulierbaren Körper verfügen. Solche Materialität der Zeichen verbürgt erst die Schrift, eine Schrift allerdings, die – anders als die phonetische Schrift – auf Begriffe, also kognitive Gegenstände Bezug nimmt und mit diesen zugleich auch operiert, somit als ein Kalkül organisiert ist. Dabei hat Leibniz nicht nur eine Vielzahl mathematischer und logischer Kalküle hinterlassen, sondern gelangt auch erstmals zum Begriff des Kalküls.[18]

Entscheidend ist dabei seine Einsicht, daß die Konstruktion des Kalküls von seiner Interpretation wohl zu unterscheiden sei. Die Idee der interpretationsfreien kalkülisierten Prozedur gewinnt in verschiedenen Äußerungen Leibnizens Profil. Seine reifsten logischen Kalküle sind intensional, extensional und modal interpretierbar.[19] Wichtiger noch ist Leibnizens Projekt einer rein syntaktischen Kombinatorik, einer „ars combinatoria", für die eine Variabilität der Interpretationsbereiche sichergestellt ist: Werden die Variationen, Permutationen und Kombinationen mit den Variablenzeichen als Operationen mit Zahlen und Größen interpretiert, ergibt sich Algebra; werden sie als Operationen mit Punkten gedeutet, entsteht Geometrie; werden sie als Terme gedeutet, resultiert formale Logik.[20]

Im Kalkül werden die Zeichen autark gegenüber den möglichen Gegenständen ihrer Referenz. Dies aber ist kein Glasperlenspiel, mithin kein Selbstzweck, sondern die epistemologische Grundlage für einen Kunstgriff, den zu praktizieren der Sinn jedweder Form kalkülisierten Denkens ist. Ein kalkülisierter Zeichenausdruck kann in einer zweifachen Perspektive thematisiert werden: Als Symbolkonfiguration nimmt er eine gewisse Stelle in Raum und Zeit ein und ist schematisch „bearbeitbar" wie andere raum-zeitlich lokalisierbare Dinge auch. Als interpretierbarer Ausdruck repräsentiert die Symbolkonfiguration einen Satz, der eine extrasymbolische Bedeutung hat wie andere Sätze auch.

17 Operiert wird „nur auf dem Papier und folglich an den Charakteren ... welche die Sache darstellen, und nicht (an) der Sache selbst". In der Mathematik gelten „die Beweise und Proben ... nicht für die Sache selbst, sondern für die Charaktere, die wir an die Stelle der Sachen gesetzt haben", Leibniz 1903, 154.

18 Mittelstraß/Schroeder-Heister 1986.

19 Dazu: Kauppi 1960, 181ff.; Poser 1969, 49f.; Rescher 1954.

20 Leibniz 1903, 531.

Den Dingstatus profiliert Leibniz, wenn er betont, daß die Zeichen über eine fühlbare („sensible", „grossier"[21]), über eine handgreifliche („palpabile"[22]) Natur verfügen müssen. Doch um die Sicherung des Satzstatus geht es, wenn Leibniz betont, daß die „formulae" des Kalküls zu „repraesentationes" werden, keine bloßen Musterbilder bleiben, sondern uns etwas zu sagen haben. Der Kunstgriff des kalkülisierten Erkenntnisverfahrens besteht nun darin, daß *geistige Tätigkeiten, die Bezug nehmen auf den Satzstatus der Zeichen, zurückgeführt werden können auf Operationen, die nur noch Bezug nehmen auf den Dingstatus der Zeichen.*[23] Wo das gelingt, sind „palpabilia ... veritatis criteria", „handgreifliche Wahrheitskriterien"[24] etabliert, kraft derer der Geist ein mechanisches Lenkungsmittel besitzt, einen Ariadnefaden des Denkens, kraft dessen er entlastet ist von den Mühen der Interpretation. Leibniz tauft diese Methodik „cogitatio caeca vel symbolica" – „blinde oder symbolische Erkenntnis":[25] Beim Umgehen mit den Symbolen haben wir nicht mehr darauf zu hören, was die Symbole uns zu sagen haben, und nicht mehr darauf zu sehen, wofür die Symbole tatsächlich stehen.

Daß Symbolisierung konstitutiv ist für das wissenschaftliche Erkennen, birgt also eine folgenreiche Umkehrung: Nicht mehr gehen die Gegenstände den Symbolen ontologisch voraus, vielmehr determinieren die Eigenstrukturen der symbolischen Systeme, welche Merkmale wir den Gegenständen überhaupt zusprechen können. Daß Kalküle eine Geistestechnologie sind, gilt also in einem durchaus buchstäblichen Sinne: Die Symbole bilden das, was sie symbolisieren, nicht einfach ab, sondern stellen es auch her. Klären wir auf, wie das gemeint ist.

Fast schon ein Gemeinplatz der Leibnizliteratur ist es, daß Leibniz das Verhältnis von Symbol und Gegenstand gewonnen habe am Vorbild der mathematischen Abbildrelation[26] – eine Annahme, die impliziert, daß es Gegenstände gebe, die den Status von Urbildern haben und Zeichen, die in die Funktion von Abbildern rücken.[27] Doch diese Sicht ist revisionsbedürftig: Warum das so ist, kann hier nur kursorisch rekapituliert werden. Im Kern geht es darum, daß eine mathematische Abbildbeziehung ein externes Projektionszentrum voraussetzt, einen Standpunkt *außerhalb* der Abbildrelation, von dem her das „constans ...

21 Leibniz 1965, VII 125.

22 Leibniz 1903, 176.

23 Krämer 1992, 235.

24 Leibniz 1960, 82.

25 Leibniz 1966, 25.

26 So Gurwitsch 1974, 37; Kulstad 1977, 75.

27 Stiegler 1972.

lex relationum", das Zuordnungsgesetz überhaupt erst erlassen werden kann.[28] Ein solcher Standpunkt aber ist der epistemologischen Stellung des Menschen, der keinen symbolfreien Zugang zur Welt der Gegenstände hat, gerade verwehrt. Die Folge ist, daß die duale mathematische Abbildbeziehung, sobald sie als Erkenntnisrelation genutzt wird, die „expressio" sich also zur „repraesentatio" transformiert, sich zu einer dreigliedrigen Relation erweitert: Zur Beziehung zwischen „res", „idea" bzw. „notio" und „signum".[29] Unmittelbare Gegenstände jener Zeichen, die wir beim Denken gebrauchen, sind daher nicht die Sachen selbst, sondern die Ideen bzw. Begriffe. Etwas zu erkennen heißt dann, die Idee einer Sache zu haben, also zu ihrem Begriff zu gelangen; dies aber gelingt nur, sofern wir die Sache mit Hilfe von Zeichen darstellen.[30]

Doch dann entsteht ein Problem: Wie sind die richtigen Darstellungen von falschen, von chimärischen Repräsentationen zu unterscheiden? Denn daß wir uns mit Zeichen auf Gegenstände beziehen können, heißt nicht schon – wie das Beispiel der „größten Zahl" zeigt[31] –, daß diese Gegenstände auch existieren. Als Garant solcher Existenz führt Leibniz nun sogenannte „Realdefinitionen" bzw. „kausale Definitionen"[32] ein: Mit ihnen wird ein Gegenstand durch sein Erzeugungsverfahren definiert.[33] Durch ein Erzeugungsverfahren allerdings, das sich nicht – wie von den Leibnizinterpreten fast ausnahmslos angenommen wird[34] – auf die Gegenstände selbst, vielmehr auf die Zeichen für die Gegenstände bezieht. Daß etwa der Begriff „größte Zahl" kontradiktorisch sei, ihm also keine Idee und damit auch keine Sache entspreche, zeigt Leibniz, indem er auf das kalkülisierte Verfahren zur Generierung der Zahlzeichen Bezug nimmt.[35]

Beispiele von Realdefinitionen, die Herstellungsverfahren für Zeichen von Gegenständen sind, lassen sich in Leibnizens Œuvre zahlreich finden: bei der Bildung unendlicher Reihen und Folgen oder bei seinem Infinitesimalkalkül. Worauf es hier nur ankommt, ist, daß zum Kriterium dafür, ob einer symbolischen Repräsentation ein möglicher Gegenstand entspricht, das Faktum wird, ob ein symbolischer Ausdruck nach gewissen Vorschriften regelgeleitet zu erzeugen ist. Der Ort solcher regelgeleiteten Produktion der Zeichen ist der Kalkül. Damit wird für Leibniz die Kalkülisierbarkeit von Zeichenausdrücken zum Kriterium der Referenz und damit der möglichen Existenz von Gegenständen des Erkennens. Leibniz hat damit die im neuzeitlichen mathematischen Denken verwurzelte fundierende Rolle des operativen Symbolgebrauches zum Ideal auch der außermathematischen Erkenntnis stilisiert.

So kann Leibniz der forcierten Illuminationsrhetorik der Aufklärung das Bild der „blinden oder symbolischen Erkenntnis" entgegenstellen: Mit der Möglichkeit, Wahrheit auf Richtigkeit zurückzuführen, kompensiert die Geistestechnik der operativen Schrift die natürlichen Schranken menschlicher Vernunft. Allerdings um einen Preis, den Leibniz in seinen diffizilen Erörterungen über formale Identität akzentuiert: Alles, was wirklich existiert, ist individuell, die Gegenstände aber, die als Referenzgegenstände kalkülisierter Zeichenausdrücke eingeführt werden, verfügen über eine ausschließlich formale Identität, sind also ideale und abstrakte Konstrukte des Geistes. Daher können wir uns mit kalkülisierten Erkenntnisverfahren nicht mehr auf das, was wirklich existiert, also auf die wirklichen Begebenheiten in der Welt beziehen, sondern nur noch auf die Modelle von der Welt, d. h. aber: auf Zeichen.[36] Das Ideal einer vollständig kalkülisierten Wissenschaft wird erkauft mit dem Verzicht auf die Erkenntnis dessen, was wirklich existiert.

28 Leibniz 1903, 15.
29 Vgl. Heinekamp 1976, 526f.; Burkhardt 1980, 180; Poser 1979, 312.
30 Leibniz 1965, VII, 263.
31 Leibniz 1966, I, 26.
32 „Kausaldefinition" ist hier nicht physikalisch mißzuverstehen, sondern von Leibniz ausschließlich im konstruktiven Sinne gemeint (Gurwitsch 1974, 66): Etwas kausal bzw. real zu definieren, heißt ein Verfahren zu seiner Erzeugung anzugeben. „... demonstrari talium rerum possibilitatem, quoties ostenditur modus eas generandi vel producendi", Leibniz 1965, I, 213.
33 Leibniz 1965, VII, 294.
34 Belaval 1969, 162; Gurwitsch 1974, 57ff.
35 Leibniz, 1965 V, 347.

Literatur

Belaval, Y. (1960): Leibniz' critique de Descartes. Paris.

Boole, George (1854): An investigation of the laws of thought on which are founded the mathematical theories of logic and probabilities. London (Nachdr. New York 1958).

Burkhardt, Hans (1980): Logik und Semiotik in der Philosophie von Leibniz. München.

Descartes, René (1981): Geometrie. Dtsch. hrsg. v. L. Schlesinger (Repr. d. 2. Aufl. Leipzig 1923). Darmstadt (frz.: Œuvres. Ed. C. Adam u. P. Tannery, Paris 1897–1913, Bd. VI, 367–485).

Frege, Gottlob (1879): Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens. Halle a. d. S. (repr. in: G. Frege, Begriffsschrift und andere Aufsätze. Ed. Ignacio Angelelli, 3. Aufl. 1977, Hildesheim 1–87).

Gurwitsch, Aron (1974): Leibniz. Philosophie des Panlogismus. Berlin, New York.

Heinekamp, Albrecht (1976): Sprache und Wirklichkeit bei Leibniz. In: Hermann Parret (ed.), History of Linguistic Thought and Contemporary Linguistics. Berlin, 518–570.

Hobbes, Thomas (1839): The English Works of Thomas Hobbes. Ed. William Molesworth, London.

Kauppi, Raoul (1960): Über die Leibnizsche Logik. Mit besonderer Berücksichtigung des Problems der Intension und Extension. Acta Philosophica Fennica Fasc. XII. Helsinki.

36 Krämer 1991, 328ff.

Klein, Jacob (1936): Die griechische Logistik und die Entwicklung der Algebra. Quellen und Studien zur Geschichte d. Math. u. Phys. 3, H. 1, 18–105 u. H. 2, 122–235. Berlin.

Krämer, Sybille (1988): Symbolische Maschinen. Die Geschichte der Formalisierung in historischem Abriß. Darmstadt.

Krämer, Sybille (1989): Über das Verhältnis von Algebra und Geometrie in Descartes „Géométrie". Philosophia naturalis 26 (H. 2), 117–146.

Krämer, Sybille (1991a): Berechenbare Vernunft. Kalkül und Rationalismus im 17. Jahrhundert. Berlin, New York.

Krämer, Sybille (1991b): Zur Begründung des Infinitesimalkalküls durch Leibniz. Philosophia naturalis 28 (H. 2), 117–146.

Krämer, Sybille (1992): Symbolische Erkenntnis bei Leibniz. Zeitschrift für philosophische Forschung 46 (H. 2), 224–237.

Kulstad, Marc (1977): Leibniz's Conception of Expression. Studia Leibnitiana IX (1), 55–76.

Leibniz, Gottfried W. (1846): Historia et Origino calculi differentialius a GG. Leibniz conscripta. Ed. C. I. Gerhardt. Hannover.

Leibniz, Gottfried W. (1960): Die Leibniz-Handschriften der Königlichen öffentlichen Bibliothek zu Hannover. Ed. E. Bodemann. Hannover 1889 (repr. Hildesheim).

Leibniz, Gottfried W. (1965): Die philosophischen Schriften. Ed. C. I. Gerhardt. VII Bde., Berlin 1875–1890 (repr. Hildesheim).

Leibniz, Gottfried W. (1966): Betrachtungen über die Erkenntnis, die Wahrheit und die Ideen. In: Leibniz, Hauptschriften zur Grundlegung der Philosophie. Hamburg, Bd. 1, 3. Aufl., 22–29.

Leibniz, Gottfried W. (1903): Opuscules et fragments inédits de Leibniz. Ed. L. Couturat. Paris (repr. Hildesheim 1961).

Locke, John (1963): Essay Concerning Human Understanding. In: The Works. 10 Vols, Aalen (repr. Scientia Verlag), Bd. II.

Mittelstraß, Jürgen/Schroeder-Heister, Peter (1986): Zeichen, Kalkül, Wahrscheinlichkeit. Elemente einer mathesis universalis bei Leibniz. In: H. Stachowiak (Hrsg.), Pragmatik, Handbuch pragmatischen Denkens I. Hamburg, 392–414.

Poser, Hans (1969): Zur Theorie der Modalbegriffe bei G. W. Leibniz. Studia Leibnitiana Suppl. VI. Wiesbaden.

Poser, Hans (1979): Signum, notio und idea: Elemente der Leibnizschen Zeichentheorie. Zeitschrift für Semiotik 1, 309–324.

Rescher, Niklas (1954): Leibniz's Interpretation of His Logical Calculi. Journal of Symbolical Logic 19, 1–13.

Stiegler, K. (1971): Der Begriff des Isomorphismus und der Darstellung in der Metaphysik von Leibniz. Studia Leibnitiana Suppl. XV, Teil 4, 173–185.

Tropfke, Johann (1980): Geschichte der Elementarmathematik, Bd. 1: Arithmetik und Algebra, vollständig neu bearb. v. K. Vogel, K. Reich und H. Gericke. Berlin.

Vieta, François (1646): Opera mathematica. Ed. Fr. v. Schooten. Leiden (Nachdruck Hildesheim 1970), Bd. 1, 1–12.