

FREIE UNIVERSITÄT BERLIN

Fachbereich Erziehungswissenschaft und Psychologie

Arbeitsbereich Methoden der Psychologie

Prof. Dr. Albrecht Iseler

Merkposten zum Unfolding

Fassung WS 2004/05

Vorbemerkung:

Diese Merkposten sind nicht dazu gedacht, das Unfolding kennenzulernen. Dazu eignen sich beispielsweise die einschlägigen Kapitel bei Borg und Staufenbiel oder bei Bortz und Döring. Hier werden nur die wichtigsten Ergebnisse zusammengefaßt! Empfehlung: Beim Lesen selbst aufzeichnen!

Eindimensionales Unfolding

Der Ansatz

Beim Unfolding werden Präferenzen von Personen für bestimmte Objekte analysiert. Beim eindimensionalen Unfolding wird angenommen, daß die Objekte (für die nachfolgend lateinische Großbuchtaben verwendet werden) auf einer eindimensionalen Skala (geometrisch: einer Geraden) angeordnet sind. Außerdem gibt es auf dieser Skala für jede Person einen individuellen "Idealpunkt".

Fundamentalgesetz des Unfolding: Jede Person bevorzugt von zwei Objekten dasjenige, dessen Skalenpunkt näher am individuellen Idealpunkt der Person liegt.

In der nachfolgenden Darstellung wird zunächst davon ausgegangen, daß dieses Fundamentalgesetz perfekt erfüllt wird.

In dieser Formulierung macht das Fundamentalgesetz keine Aussage darüber, was geschieht, wenn der Idealpunkt einer Person genau in der Mitte zwischen zwei Objekten liegt oder wenn zwei Objekte genau auf demselben Skalenpunkt liegen. Daher ergänzen wir die vorläufige Annahme einer perfekten Erfüllung des Fundamentalgesetzes wie folgt: Es wird angenommen, daß verschiedene Objekte niemals denselben Skalenpunkt auf der J-Skala haben und daß keine Person ihren Individualpunkt genau in der Mitte zwischen zwei Objektpunkten hat.

I-Skalen und J-Skalen

I-Skalen ('individual scales') sind die individuellen Präferenz-Reihenfolgen.

J-Skalen ('joint scales') sind die Skalen, auf denen die Objekte und Personen gemeinsam angeordnet sind. Im weiteren Verlauf wird dann unterschieden zwischen der "qualitativen" (genauer: ordinalen) und der "quantitativen" (genauer: metrischen) J-Skala.

Die Bezeichnung 'unfolding' für das ganze Verfahren beruht auf der folgenden Sichtweise: Man kann sich vorstellen, daß die I-Skala einer Person entsteht, indem die J-Skala im Idealpunkt der Person gefaltet wird. Wir haben als Daten aber nur die I-Skalen, also die gefalteten Skalen, und versuchen nun, diese wieder aufzufalten (to unfold = auffalten).

Das Spiegelkettenkriterium

Ein "Spiegelkettenpaar" besteht aus zwei I-Skalen, die zueinander symmetrisch sind (z.B. ACBDE und EDBCA bei 5 Objekten). Aus dem Fundamentalgesetz des Unfolding folgt, daß es bei perfekter Erfüllung dieser Annahme nur ein Spiegelkettenpaar geben kann und daß dabei die Objekte in der Reihenfolge ihrer Position auf der J-Skala genannt werden - einmal von links nach rechts und einmal von rechts nach links. Daraus ergeben sich zwei Verwendungen der Spiegelketten:

- Zunächst ist zu prüfen, ob es wirklich bei allen Personen nur ein Spiegelkettenpaar gibt. (Natürlich darf dann jede Kette dieses Paares bei mehreren Personen vorkommen.) Gibt es mehr als ein Spiegelkettenpaar, dann liegt ein Modellverstoß vor, und das unfolding kann streng genommen nicht mehr angewandt werden.
- Gibt es genau ein Spiegelkettenpaar, dann weiß man auch schon, in welcher Reihenfolge die Objekte auf der J-Skala stehen müssen. Dabei ist es beliebig, welche der beiden Reihenfolgen man verwendet. M.a.W.: Das Spiegelkettenkriterium liefert die ordinale ('qualitative') J-Skala. Nachfolgend wird zur Vereinfachung davon ausgegangen, daß zur Bezeichnung der Objekte die ersten Buchstaben des Alphabets in alphabetischer Reihenfolge von links nach rechts auf der J-Skala verwendet werden. Das kann sich zufällig so ergeben; man kann es aber auch erreichen, indem man zunächst vorläufige Bezeichnungen für die Objekte verwendet (z.B. Buchstaben am Ende des Alphabets) und die endgültige Bezeichnung erst vergibt, wenn die Reihenfolge auf der Skala (also die ordinale J-Skala) schon feststeht.

Das Mittelsenkrechtenkriterium

Bezeichnet man die Mittelsenkrechte auf der J-Skala zwischen den Punkten A und B (mit $A < B$) als m_{AB} , dann kann man aus dem Fundamentalgesetz des Unfolding den folgenden Zusammenhang zwischen dem individuellen Idealpunkt einer Person und der Reihenfolge der Objekte A und B in der I-Skala dieser Person herleiten:

- Liegt der Idealpunkt einer Person links von m_{AB} , dann kommt in der I-Skala dieser Person das Objekt A vor dem Objekt B.

- Umgekehrt: Liegt der Idealpunkt einer Person rechts von m_{AB} , dann kommt in der I-Skala dieser Person das Objekt B vor dem Objekt A.

(Zur Erinnerung: Wir gehen vorläufig davon aus, daß keine Person ihren Individualpunkt genau in der Mitte zwischen zwei Objektpunkten hat.)

Entsprechendes gilt für alle Mittelsenkrechten zwischen zwei Objektpunkten auf der J-Skala: Jede Person wählt in ihrer I-Skala das Objekt, das auf derselben Seite der Mittelsenkrechten liegt wie der Idealpunkt der Person, vor dem Objekt, das auf der anderen Seite der Mittelsenkrechten liegt.

Strukturierung der J-Skala aufgrund des Mittelsenkrechtenkriteriums

Bei einer J-Skala aus 4 Objekten gibt es insgesamt 6 Mittelsenkrechten. Sofern keine dieser Mittelsenkrechten genau übereinstimmen, teilen die 6 Mittelsenkrechten die Skala in 7 Regionen ein, in denen jeweils die gleiche I-Skala gebildet wird.

Allgemein: Bei m Objekten gibt es "m über 2", also $m \cdot (m-1) / 2$ Möglichkeiten, zwei verschiedene Objekte herauszugreifen und zwischen diesen eine Mittelsenkrechte zu bilden. Sofern keine dieser Mittelsenkrechten genau übereinstimmen, ist die Zahl der von den Mittelsenkrechten gebildeten "Regionen gleicher I-Skalen" um 1 höher als die Zahl der Mittelsenkrechten.

Die Reihenfolge der Mittelsenkrechten ist größtenteils durch die ordinale J-Skala $A < B < C < D$ festgelegt. Sie hängt aber auch von den Distanzen zwischen den Punkten A und B und zwischen den Punkten C und D ab. Mit der Schreibweise d_{AB} und d_{CD} für diese Distanzen gilt:

- Ist $d_{AB} < d_{CD}$, dann ist $m_{AB} < m_{AC} < m_{BC} < m_{AD} < m_{BD} < m_{CD}$.
- Ist $d_{AB} = d_{CD}$, dann ist $m_{AB} < m_{AC} < m_{BC} = m_{AD} < m_{BD} < m_{CD}$.
- Ist $d_{AB} > d_{CD}$, dann ist $m_{AB} < m_{AC} < m_{AD} < m_{BC} < m_{BD} < m_{CD}$.

M.a.W.: Aus der ordinalen J-Skala $A < B < C < D$ folgt, daß $m_{AB} < m_{AC} < m_{BD} < m_{CD}$ sein muß und daß in dieser Reihenfolge die Mittelsenkrechten m_{BC} und m_{AD} zwischen m_{AC} und m_{BD} kommen. In welcher Reihenfolge sie kommen, hängt auch von den Distanzen d_{AB} und d_{CD} ab.

All das bewegt sich ausschließlich auf der Ebene theoretischer Begriffe. Ein Bezug zu der einzig beobachtbaren Ebene der I-Skalen ergibt sich daraus, daß zwischen je zwei auf der J-Skala benachbarten Mittelsenkrechten Regionen gleicher I-Skalen liegen. Bewegt man sich auf der J-Skala von links nach rechts, dann liegt links von m_{AB} die Region mit der I-Skala ABCD, und dann werden jeweils beim Überqueren einer Mittelsenkrechten die beiden Objekte ausgetauscht, deren Mittelsenkrechte überquert wird. Daraus folgt (unter Einbeziehung der obigen Ergebnisse zur Reihenfolge der Mittelsenkrechten):

- Ist $d_{AB} < d_{CD}$, dann gibt es Regionen für die I-Skalen ABCD, BACD, BCAD, CBAD, CBDA, CDBA und DCBA.
- Ist $d_{AB} > d_{CD}$, dann gibt es Regionen für die I-Skalen ABCD, BACD, BCAD, BCDA, CBDA, CDBA und DCBA.

M.a.W.: Aus der ordinalen J-Skala $A < B < C < D$ folgt, daß Regionen für die I-Skalen ABCD, BACD, BCAD, CBDA, CDBA und DCBA bestehen. Von den Distanzen d_{AB} und d_{CD} hängt es dagegen ab, ob zwischen den Regionen für BCAD und CBDA eine Region für CBAD liegt (bei $d_{AB} < d_{CD}$) oder eine Region für BCDA (bei $d_{AB} > d_{CD}$) oder gar keine Zwischenregion (bei $d_{AB} = d_{CD}$).

Zu beachten ist allerdings: Es kann sein, daß eine Region für eine bestimmte I-Skala zwar existiert, daß aber diese I-Skala in den Daten nicht auftaucht, weil keine der untersuchten Personen ihren Idealpunkt in dieser Region hat ("unbesiedelte Region"). Umgekehrt gilt aber (unter der Annahme einer perfekten Erfüllung des Fundamentalgesetzes): Wenn eine I-Skala in den Daten auftaucht, muß es auch eine dafür passende Region auf der J-Skala geben. Wenn also das Spiegelkettenkriterium die ordinale J-Skala $A < B < C < D$ liefert, dann gilt:

- Gibt es in den Daten die I-Skala CBAD, dann ist $d_{AB} < d_{CD}$.
- Gibt es in den Daten die I-Skala BCDA, dann ist $d_{AB} > d_{CD}$.
- Gibt es weder CBAD noch BCDA, dann ist entweder $d_{AB} = d_{CD}$ und damit $m_{BC} = m_{AD}$, oder die zwischen m_{BC} und m_{AD} liegende Region ist unbesiedelt.
- Dagegen kann es bei der angenommenen ordinalen J-Skala $A < B < C < D$ nicht gleichzeitig sowohl CBAD als auch BCDA geben.

Soweit zur Situation bei 4 Objekten ("Reizen"). Bei mehr als 4 Reizen kann man jedes Quadrupel von 4 Reizen betrachten und dieselben Überlegungen anstellen. Für jedes solche Quadrupel kann man aus den empirisch gewonnenen I-Skalen die Elemente herausstreichen, die nicht zu dem gerade betrachteten Quadrupel gehören, und dann die obigen Überlegungen anstellen.

Damit bekommen die Abstände auf der J-Skala eine Bedeutung, die über eine reine Ordinalskala hinausgeht.

Das Skalenniveau der metrischen J-Skala

Coombs vertritt die Auffassung, daß die beim unfolding entwickelte metrische J-Skala ein Skalenniveau hat, das oberhalb einer Ordinalskala liegt, aber unterhalb der Intervallskala. Er verwendet dafür die Bezeichnung 'ordered metric scale'. Begründung: Die Abstände ("Differenzen") zwischen Skalenpunkten sind nicht völlig willkürlich wie bei der Ordinalskala; vielmehr besteht innerhalb dieser Abstände eine Ordnungsbeziehung. Für das Intervallskalenniveau müßten die Differenzen aber Verhältnisskalenniveau haben.

Umgang mit Verletzungen des Fundamentalgesetzes

In den vergangenen Abschnitten wurden mehrfach Dinge benannt, die bei Gültigkeit des Fundamentalgesetzes nicht auftreten können. Treten sie trotzdem auf, stellt sich die Frage, ob die

Verletzungen so schwerwiegend sind, daß man ein anderes Modell verwenden sollte.

Dazu gibt es eine Kennziffer, die angibt, wie stark die Daten "gezerrt" oder "gestaucht" werden müssen, um das Fundamentalgesetz zu erfüllen. Die Kennziffer heißt "stress" (wörtlich: Spannung - z.B. die Spannung, die entsteht, wenn man ein dreidimensionales Gebilde aus Stahlstreben in zwei Dimensionen preßt). Dann kann man mit geeigneten Programmen den Computer suchen lassen, welche Anordnung der Reiz- und Personen-Punkte auf der J-Skala zum geringstmöglichen stress führt. Dieser stress hat eine ähnliche Funktion wie der Reproduktionskoeffizient bei der Guttmanskala: Er gibt den bestmöglichen Approximationsgrad für eine "approximativ modellkonforme T-theoretische Ergänzung eines Partialmodells" an. Wird kein akzeptabler stress-Wert erreicht, hilft oft der Übergang zu einem mehrdimensionalen Modell, bei dem wieder von der Grundannahme ausgegangen wird: Die Objekte und die Idealpunkte der Personen sind in einem (jetzt mehrdimensionalen) Raum angeordnet, und die Personen bilden Präferenz-Rangreihen (I-Skalen) nach dem Fundamentalgesetz: Jede Person bevorzugt von zwei Objekten dasjenige, dessen Punkt im Raum näher am individuellen Idealpunkt der Person liegt.