

Übungen zur Vorlesung ‘Lineare Algebra II’

V. Hoskins (SS 2018)

Übungsblatt 5

Abgabe: Bis Dienstag, den 22.05.2018, 10 Uhr (weil Montag ein Feiertag ist).

Aufgabe 1. (10 Punkte) Finden Sie eine JNF der folgenden Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & 3 & -2 \\ -3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

und finden Sie eine invertierbare Matrix S , so dass SAS^{-1} in JNF ist.

Aufgabe 2. (10 Punkte) Sei $V := \{P(t) \in K[t] : \text{Grad}(P) \leq 2\}$ und

$$f: \begin{array}{ccc} V & \longrightarrow & V \\ P(t) & \mapsto & 2P(t) - P'(t). \end{array}$$

Finden Sie das charakteristische Polynom und eine JNF von f .

Hinweis: Zuerst berechnen Sie die Matrix $M_{\mathcal{A}}^{\mathcal{A}}(f) \in \text{Mat}_{3 \times 3}(K)$ für die geordnete Basis $\mathcal{A} = (1, t, t^2)$ von V .

Aufgabe 3. (6 + 2 Punkte) Sei A eine Matrix mit dem charakteristischen Polynom

$$\chi_A(t) = (t - 1)^3(t + 2)^2.$$

- Finden Sie alle mögliche Jordan-Normal Formen von A (bis auf die Reihenfolge der Jordan-Blöcke).
- Wenn $m_A(t) = (t - 1)^2(t + 2)$, was ist die JNF von A ?

Aufgabe 4. (12 Punkte) Sei $W := \text{Mat}_{2 \times 2}(K)$ und

$$h: \begin{array}{ccc} W & \longrightarrow & W \\ B & \mapsto & \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} B. \end{array}$$

Finden Sie das charakteristische Polynom und eine JNF von h .

Hinweis: Zuerst berechnen Sie die Matrix $M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}(h) \in \text{Mat}_{4 \times 4}(K)$ für die geordnete Basis

$$\mathcal{B} = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right).$$