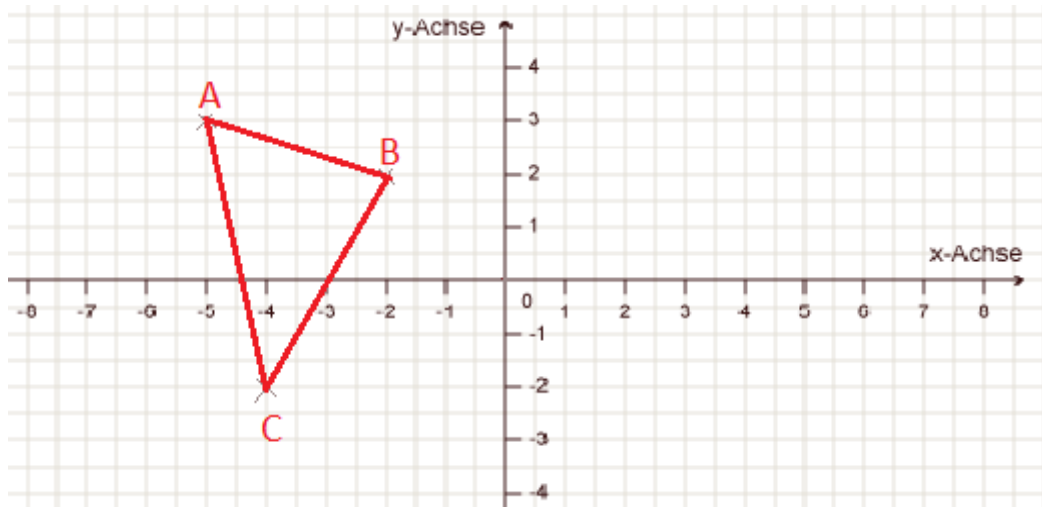


Verschiebungen mithilfe von Vektoren darstellen

1) Das Dreieck mit den Eckpunkten $A(-5/3)$, $B(-2|2)$, $C(-4|-2)$ soll um 4 Einheiten nach rechts und um 1 Einheit nach oben verschoben werden. Wie lauten die Koordinaten der Bildpunkte A' , B' , C' ?

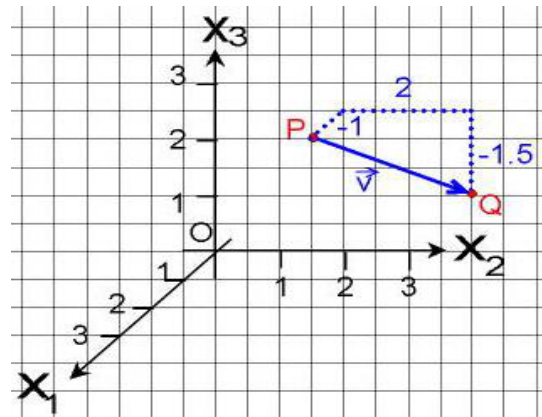


2) Der Punkt $P(2/ 2,5 / 3)$ soll

- um eine Einheit nach hinten,
- um zwei Einheiten nach rechts und
- um anderthalb Einheiten nach unten

verschoben werden. Wo landet er dann?

Lösung: $Q(\quad / \quad / \quad)$



Vektor zwischen 2 Punkten

Die Koordinaten eines Vektors, der Punkt P in den Punkt Q verschiebt, erhält man so:

Ebene

$P(p_1/p_2)$, $Q(q_1/q_2)$

$$\overrightarrow{PQ} =$$

Raum

$P(p_1/p_2/p_3)$, $Q(q_1/q_2/q_3)$

$$\overrightarrow{PQ} =$$

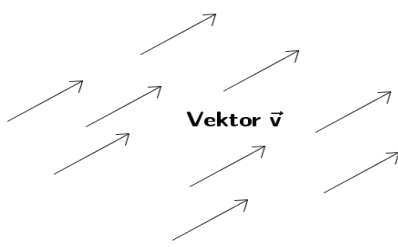
Übung 1: Bestimmen Sie den Vektor $\overrightarrow{PQ}$:

- | | |
|----------------|------------|
| a) $P(2,4)$ | $Q(3,-5)$ |
| b) $P(1,-3,7)$ | $Q(4,0,3)$ |
| c) $P(1,3)$ | $Q(4,3,2)$ |

Übung 2: Der Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ verschiebt den Punkt P in den Punkt Q. Bestimmen Sie Q:

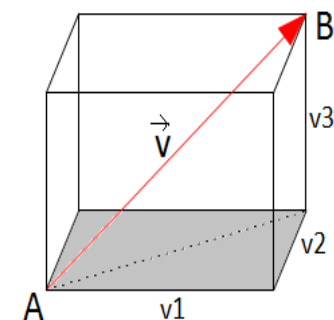
- | | |
|---------------|----------------|
| a) $Q(3,2,1)$ | b) $Q(1,0,-2)$ |
|---------------|----------------|

Was ist ein Vektor?

Rechnerisch	Geometrisch
Ein Vektor ist eine geordnete Liste von Zahlen: $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix}$ Er wird durch Buchstaben mit einem kleinen Pfeil darüber gekennzeichnet: $\vec{v}$, $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, Die Zahlen $v_1, v_2, \dots$ heißen Komponenten des Vektors und sind reelle Zahlen. Die Komponenten beschreiben eine Verschiebung. $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -0.5 \end{pmatrix}$ Beispiel: Verschiebung um 2 Einheiten in x-Richtung 3 Einheiten in y-Richtung -0,5 Einheiten in z-Richtung <u>Ein Vektor hat drei Eigenschaften:</u> - eine Länge - eine Richtung - eine Orientierung $\vec{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ Der Vektor heißt Nullvektor. Er ist der einzige Vektor mit Länge 0.	Ein Vektor wird durch einen Pfeil dargestellt.  Ein einzelner Pfeil heißt auch Repräsentant des Vektors. Ein Vektor verbindet immer zwei Punkte, einen Anfangspunkt und einen Endpunkt, wobei jedoch der Anfangspunkt nicht festgelegt ist und der Pfeil überall ins Koordinatensystem gelegt werden darf. Alle Pfeile, die zum gleichen Vektor gehören, sind daher - gleich lang, - parallel und gleich orientiert (Pfeilspitzen zeigen in die gleiche Richtung) Zu einem Vektor gibt es unendlich viele gleichlange, gleichgerichtete Pfeile.
Wir notieren Vektoren in Spaltenschreibweise (in Abgrenzung zu Punkten): Vektor im Raum: $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$ Vektor in der Ebene: $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ Vektor als „Skalar“: $\vec{v} = (v_1)$	

Die **Länge des Vektors** (sein „Betrag“) entspricht dem Abstand der beiden Punkte, zwischen denen er liegt. Man kann ihn mithilfe des zweifachen Satzes von Pythagoras ermitteln:

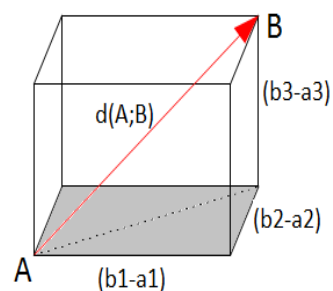
Länge des Vektors $\vec{v}$



$$|\vec{v}| = \sqrt{(v_1^2 + v_2^2 + v_3^2)}$$

$$\vec{v} = \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \\ b_3 - a_3 \end{pmatrix}$$

Abstand der Punkte A und B:

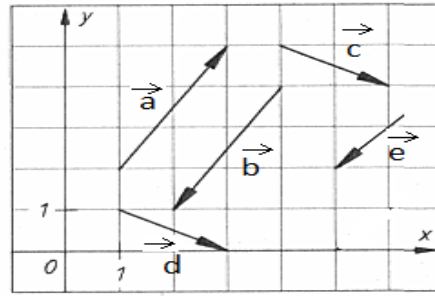


$$d(A;B) = \sqrt{((b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2)}$$

Übungsblatt Vektoren

Übung 1: Vektorpfeile

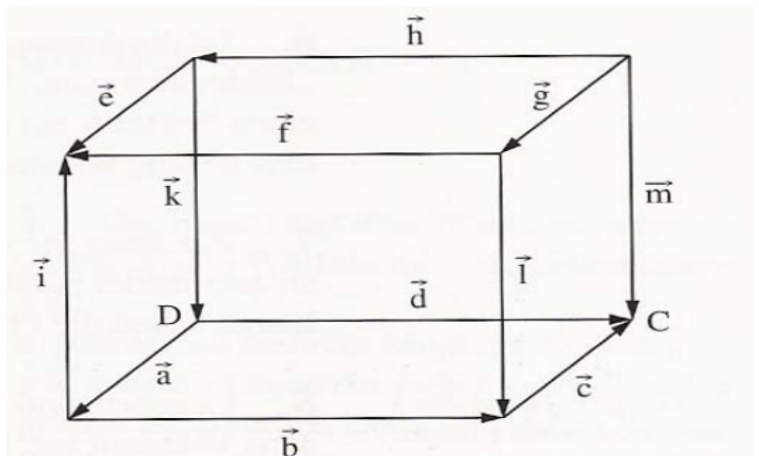
Geben sie die vier Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ in Spaltenschreibweise an. Was fällt Ihnen auf? Warum ist $\vec{e}$ kein Pfeil des Vektors $\vec{a}$?



Übung 2: Vektorpfeile

a) Welche Pfeile gehören zum gleichen Vektor?

b) Welcher Vektor verschiebt den Punkt C in den Punkt D?



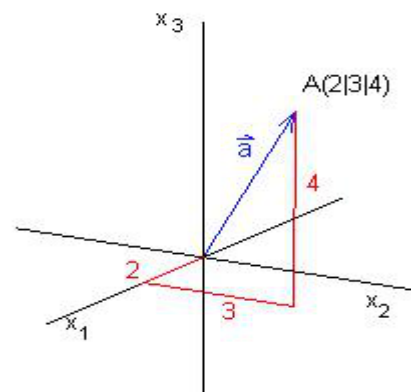
Übung 3: Ortsvektoren

Vektoren, die im Ursprung ihren Anfangspunkt haben, heißen Ortsvektoren. Zu jedem Punkt im Raum gibt es genau einen Ortsvektor.

Bestimmen Sie Vektor $\vec{a}$.

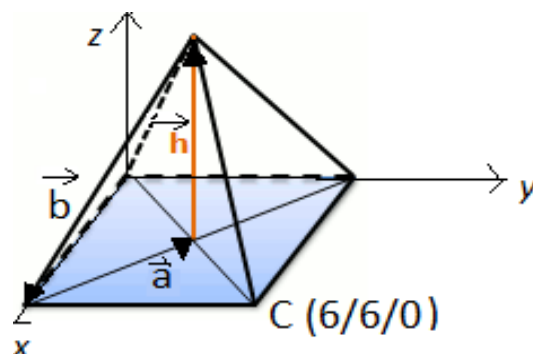
Bestimmen Sie seine Länge.

Bestimmen Sie den Gegenvektor von $\vec{a}$ rechnerisch und zeichnerisch.



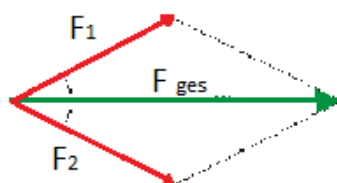
Übung 4:

Dargestellt ist eine regelmäßige Pyramide mit der Höhe 6. Stellen Sie die eingezeichneten Vektoren in Spaltenform dar.



Betrachten Sie die Grafik:

Was könnte $\vec{F}_{\text{ges}}$ sein?



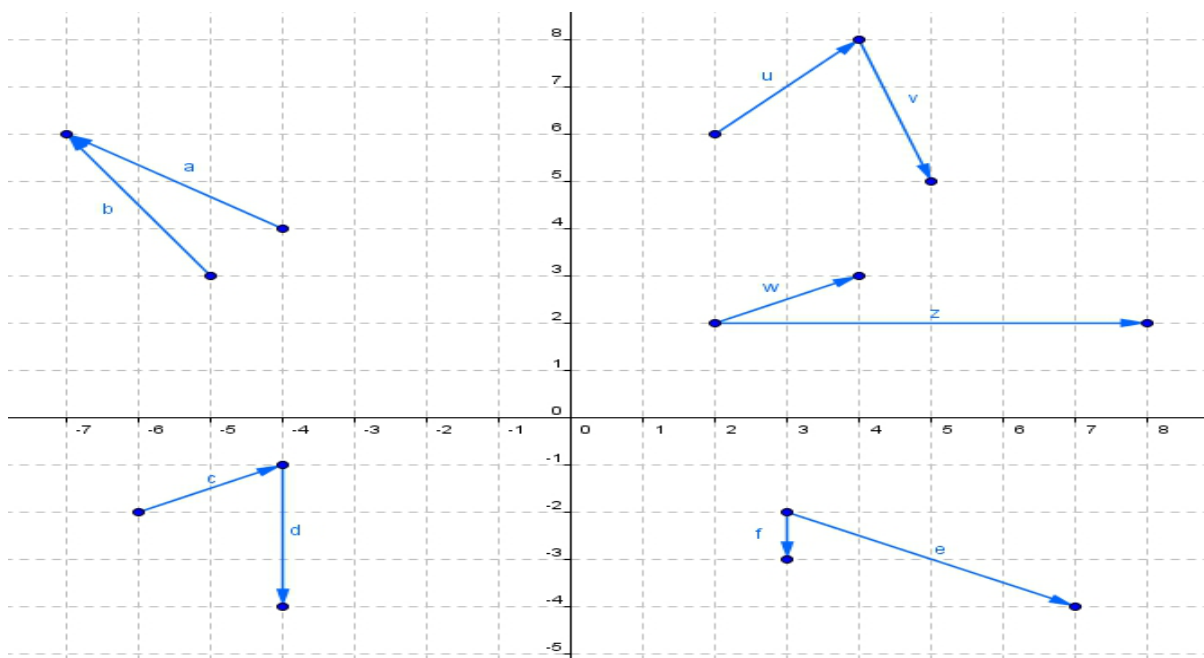
Vektoraddition und -subtraktion

Vektoren können -genauso wie Zahlen- addiert und subtrahiert werden:

Rechnerisch	Zeichnerisch
Die Addition erfolgt in jeder Komponente:	
Die Subtraktion erfolgt in jeder Komponente:	

Übung: Bestimmen Sie alle Vektoren in Spaltenschreibweise. Berechnen und zeichnen Sie:

- a) $\vec{a} + \vec{b}$ b) $\vec{d} - \vec{c}$ c) $\vec{e} - \vec{f}$ d) $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$ e) $\vec{e} - \vec{f} - \vec{v}$



Übung Gegeben sind die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{e} = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie den Vektorterm, falls möglich:

- a) $\vec{a} - \vec{b}$ b) $\vec{c} - \vec{b} + \vec{a}$
c) $\vec{a} + \vec{c} - \vec{b}$ d) $\vec{c} + \vec{d}$ e) $\vec{d} - \vec{e}$