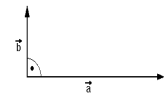


- 1) Öffnen Sie die Seite <http://www.geogebra.org/student/m27711>.
- 2) Klicken Sie „dieses Mal ausführen“ und bestätigen Sie das neue Fenster (Geogebra).
- 3) Betrachten Sie nur die Grafik. Das Skalarprodukt $\vec{a} \cdot \vec{b}$ wird hier als Flächeninhalt eines Rechtecks angezeigt (beide sind gleich groß). Untersuchen Sie $\vec{a} \cdot \vec{b}$, wenn die beiden Vektoren senkrecht aufeinander stehen („orthogonal“). Folgern Sie:

Definition: 2 Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} a1 \\ a2 \\ a3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} b1 \\ b2 \\ b3 \end{pmatrix}$ sind orthogonal, wenn:



Überprüfen Sie, ob das Dreieck einen rechten Winkel hat: $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \vec{AC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}, \vec{BC} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Winkel mithilfe des Skalarprodukts berechnen

1. Öffnen Sie die Seite <http://www.bengin.net/math/DotProduct.swf>.

Das Skalarprodukt ist die Zahl unten rechts. Sie hängt vom Winkel zwischen $\vec{a}$ und $\vec{b}$ ab.

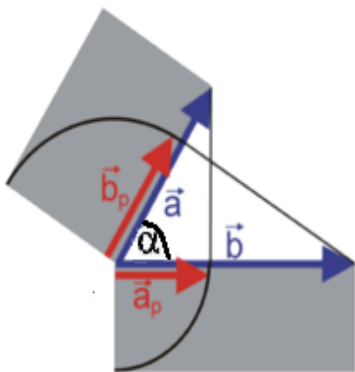
a) Beobachten Sie: Wie groß ist das Skalarprodukt bei diesen Winkeln θ (theta)?

	$\theta = 0^\circ$	$\theta = 90^\circ$	$\theta = 180^\circ$	$\theta = 270^\circ$	$\theta = 360^\circ$
$\vec{a} \cdot \vec{b}$ mit $ \vec{a} =2, \vec{b} =1$					

b) Vergleichen Sie 0° und 180° : Wie hängt die spezielle Lage mit dem Skalarprodukt zusammen?

c) Für alle Winkel und Richtungen von $\vec{a}, \vec{b}$: Wann ist das Skalarprodukt >0 , wann <0 ?

Lesen Sie folgenden Text. Machen Sie sich den Inhalt kurz anhand der Skizze klar. Vollziehen Sie die neue Definition mit dem Beispiel unten links nach.



Wir betrachten das untere Rechteck. Das Skalarprodukt ist der Flächeninhalt des Rechtecks. Er entsteht durch Multiplizieren der beiden Seitenlängen. Eine ist die Länge von Vektor $\vec{b}$, $|\vec{b}|$. Für die andere denken wir uns ein rechtwinkliges Dreieck, das durch eine *Projektion* des Vektors $\vec{a}$ auf den Vektor $\vec{b}$ (ein „Schatten“) entsteht. Die gesuchte Länge ist jetzt die Ankathete zum Winkel α zwischen $\vec{a}, \vec{b}$.

Mit dem Winkelsatz $\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypothenuse}}$ gilt:

$\cos(\alpha) = \frac{|\vec{a}_p|}{|\vec{a}|}$, umgeformt zu $|\vec{a}_p| = |\vec{a}| \cdot \cos(\alpha)$. Mit

diesem Ausdruck ergibt sich eine 2. Definition des Skalarproduktes, die den Winkel berücksichtigt!

Definition des Skalarproduktes über den eingeschlossenen Winkel α : $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\alpha)$

Idee nicht ganz klar? Klicken Sie auf Webseite 1 „Reset“, dann „zeige Projektion auf b“ und „animierte Projektion“!

Hier ein Beispiel:

Es gilt $|\vec{a}| = 5$ und $|\vec{b}| = 3$. $\vec{a}$ und $\vec{b}$ im 60° -Winkel: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ = 7,5$

Ihre Aufgabe: Versuchen Sie mithilfe der beiden Definitionen,

den Winkel zwischen den Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ zu

berechnen.